Министерство сельского хозяйства и продовольствия Самарской области
государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Самарской области
«Борский государственный техникум»

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА УРОКА

по предмету: ОУП. 03 «Математика» и ЕН.01 «Математика»

На тему: «Понятие предела функции»

Подготовила:
Ромаева Н. С. – преподаватель
математики

с. Борское, 2019 г.

Пояснительная записка.

Трудно назвать научную область, в которой бы не применялись математические методы изучения реальных объектов и процессов. Одним из важнейших разделов математики, используемых для описания и решения прикладных задач, является математический анализ. Примеры практических задач, дают нам ясное представление о значимости производной в области физики, геометрии, механики, биологии и экономики. Решение прикладных задач имеет большое воспитательное значение, так как воспитывает умение распознать то или иное математическое понятие в различных ситуациях и позволяет знакомить учащихся с математическим моделированием как методом научного познания окружающего мира.

В структуре изучаемой дисциплины ОУП.03 Математика, а также ЕН.01 Математика выделяется следующий раздел: «Математический анализ». Содержание раздела включает тему урока «Понятие предела функции».

В результате изучения данной темы студент должен

Знать:

-определение предела функции в точке;
-методы нахождения предела функции в точке;
-принципы раскрытия неопределенностей разного типа;

Уметь:

-находить предел функции в точке;
-определять определенности;
-применять методы раскрытия неопределенностей и вычисления предела функции в точке.

Тема урока: **Предел функции в точке.**

Цели урока:

- ***Образовательные:***
    - ввести понятие предела числа, предела функции;
    - дать понятия о видах неопределенности;
    - научиться вычислять пределы функции;
    - систематизировать полученные знания, активизировать самоконтроль, взаимоконтроль.
- ***Развивающие:***
    - уметь применять полученные знания для вычисления пределов.
    - развивать математическое мышление.
- ***Воспитательная:*** воспитать интерес к математике и к дисциплинам умственного труда.

Формы работы учащихся: фронтальная, индивидуальная

Необходимое оборудование: интерактивная доска, мультимедиа проектор, карточки с устными и подготовительными упражнениями.

ВВЕДЕНИЕ

Методическая разработка предназначена для изучения математики алгоритмическими методами.

В данной методичке систематизируются понятия предела и непрерывности функций в точке. Повторяются и углубляются знания по данной теме.

Теоретический материал разработки изложен в доступной форме, приводится достаточное количество примеров, что способствует лучшему усвоению учебного материала.

Методическая разработка предназначена для студентов техникума I-II курсов.

Ознакомление с теорией предела функции. Подготовительные упражнения.

1. Предел функции (**предельное значение функции**) в заданной точке, предельной для области определения функции, — такая величина, к которой стремится рассматриваемая функция при стремлении её аргумента к данной точке.

Записывается предел следующим образом $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$.

Вычислим предел: $\lim\limits_{x \to 3} \frac{2x+3}{x-1}$.

Подставляем вместо х – 3. $\lim\limits_{x \to 3} \frac{2x+3}{x-1} = \lim\limits_{x \to 3} \frac{2\times3+3}{3-1} = \lim\limits_{x \to 3} \frac{9}{2} = 4{,}5$.

Заметим, что предел числа равен самому числу.

Примеры: вычислите пределы а) $\lim\limits_{x \to 6}(3x^2 - 4x + 5)$; б) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{3x-5}{x+1}$; в) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \sin x + 2$.

Если в некоторой точке области определения функции существует предел и этот предел равен значению функции в данной точке, то функция называется непрерывной (в данной точке).

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}.$$

Вычислим значение функции в точке $x_0 = 3$ и значение его предела в этой точке.

$$\lim_{x \to 3} \frac{2x+3}{x-1} = \lim_{x \to 3} \frac{2\times3+3}{3-1} = \lim_{x \to 3} \frac{9}{2} = 4{,}5.$$

$$f(3) = \frac{2\times3+3}{3-1} = 4.5.$$

Значение предела и значение функции в этой точке совпадает, следовательно, функция непрерывна в точке $x_0 = 3$.

Но при вычислении пределов зачастую появляются выражения, значение которых не определено. Такие выражения называют **неопределённостями.**

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{0}{0} = \frac{0}{0}.$$

Основные виды неопределенностей: $\left[\frac{0}{0}\right], \left[\frac{\infty}{\infty}\right], [0 \cdot \infty], [\infty - \infty], [1^{\infty}], [0^0], [\infty^0]$

2. Раскрытие неопределенностей

Для раскрытия неопределенностей используют следующее:

- упрощают выражение функции: раскладывают на множители, преобразовывают функцию с помощью формул сокращенного умножения, тригонометрических формул, домножают на сопряженное, что позволяет в дальнейшем сократить и т.д., и т.п.;

- если предел при раскрытии неопределенностей существует, то говорят, что функция сходится к указанному значению, если такого предела не существует, то говорят, что функция расходится.

Пример: вычислим предел. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$.

Разложим числитель на множители $x^2-1=(x-1)(x+1)$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x+1)=2.$$

3. Вычисление пределов функции

Пример 1. Вычислите предел функции: $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2-3x+1}{2x-2}$

При прямой подстановке, получается неопределенность:

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-3x+1}{2x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{2\times 1^2-3\times 1+1}{2\times 1-2}=\frac{0}{0}.$$

Разложим на множители числитель и знаменатель и вычислим предел.

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-3x+1}{2x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{2(x-1)(x-0{,}5)}{2(x-1)}=\lim_{x\to 1}(x-0{,}5)=0{,}5.$$

Пример 2. Вычислите предел функции: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7x^2+4x+3}{3x^3-1}$

При прямой подстановке, получается неопределенность.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{7x^2+4x+3}{3x^3-1}=\frac{\infty}{\infty}$$

Помножим и числитель, и знаменатель на $\frac{1}{x^3}$.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(7x^2+4x+3)\times\frac{1}{x^3}}{(3x^3-1)\times\frac{1}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{7x^2}{x^3}+\frac{4x}{x^3}+\frac{3}{x^3}}{\frac{3x^3}{x^3}-\frac{1}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{7}{x}+\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x^3}}{3-\frac{3}{x^3}}=\frac{0}{3}=0$$

Учтем, что если число разделить на бесконечно большое число получится ноль. То есть предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7}{x}=\frac{7}{\infty}=0.$ Аналогично $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}=\frac{4}{\infty}=0.$ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}=\frac{1}{\infty}=0.$

Пример 3. Вычислите предел функции: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3+6x^2+1}{4x^3-3}$

При прямой подстановке, получается неопределенность.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+6x^2+1}{4x^3-3}=\frac{\infty}{\infty}$$

Помножим и числитель, и знаменатель на $\frac{1}{x^3}$.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(2x^3+6x^2+1)\times\frac{1}{x^3}}{(4x^3-3)\times\frac{1}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^3}{x^3}+\frac{6x^2}{x^3}+\frac{1}{x^3}}{\frac{4x^3}{x^3}-\frac{3}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{6}{x}+\frac{1}{x^3}}{4-\frac{3}{x^3}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

Мы учли, что $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6}{x}=\frac{6}{\infty}=0$, $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}=\frac{1}{\infty}=0$ и $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^3}=\frac{3}{\infty}=0$.

4. Самостоятельные упражнения

Вычислите пределы:

1) $\lim\limits_{x\to5}(x+2)$ 2) $\lim\limits_{x\to4}\frac{x^2-2x}{x-3}$

3) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2+2x+2}{x^2-1}$ 4) $\lim\limits_{x\to1}\frac{2x^2-5x-3}{4x^2-13x+3}$

5) $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-4}{x^2-2x}$ 6) $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-5x+6}{x-2}$

7) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x-3}{x^2-9}$ 8) $\lim\limits_{x\to3}\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$;

9) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+3}{5x-7}$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^3-2x^2+3}{7x-4}$

11) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4-x^2+2}{x^3-x+1}$ 12) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{10x^4-8x^2+3}{5x^4+3x^3+5}$

1) $\lim\limits_{x\to5}\frac{4x-5}{x+5}$
2) $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2+3x-10}{x^2-4}$
3) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{3x^3+5x+3+5x^2}{x^2-1}$
4) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^3+x+3+5x^4}{3x^4-x^2+2}$

5. Подведение итогов урока

Данный урок первый по теме: «Предел функции». На уроке рассмотрены способы нахождения пределов. Разобрано что такое неопределенность, как раскрывать неопределенности. Надо заметить, что есть пределы, для которых невозможно найти числовое значение.

6. Домашнее задание

1) $\lim\limits_{x\to6}\frac{8x-7}{3x+1}$
2) $\lim\limits_{x\to4}\frac{8x}{x-4}$
3) $\lim\limits_{x\to0}\frac{6x-7}{8x}$
4) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2+3x-18}{x^2+9}$
5) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{3x^3+5x+8x^2}{x^2-3x-4}$
6) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7x^3-9x+3+x^4}{3x^4-6+2x}$

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Башмаков М.И. Математика. - М.: Издательский центр «Академия», 2014.
2. Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов (на базе средней школы). - М.: Наука, 1980.
3. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. - М.: АСТ, 2006.
4. Алгебра и начало анализа, I и П ч. /Под редакцией Г.Н.Яковлева. - М.: Наука, 1978.
5. Геометрия, ч. I. /Под редакцией Г.Н.Яковлева. - М.: Наука, 1977.
6. Яремчук Ф.П., Руденко П.А. Алгебра и элементарные функции (справочник). - Киев: Наукова думка, 1976.

Дополнительная

1. Курс математики для техникумов, ч. I и П. /Под ред. Н.М.Матвеева. - М.: Наука, 1977.
2. Зайцев И.Л. Элементы высшей математики для техникумов.- М.: Наука, 1972.
3. Калкин Р.А. Алгебра и элементарные функции. - М.: Наука, 1969.